УДК 530.12:531.51

КРУПНОМАСШТАБНАЯ СТРУКТУРА ВСЕЛЕННОЙ

В.В. Ласуков

Томский политехнический университет
Тел.: (382-2)-56-37-29

В рамках классической теории гравитации найдены точные решения уравнений Лагранжа в метрике Логунова с неоднородным и не изотропным скалярным полем. Показано, что однородность метрики может сочетаться с неоднородностью и анизотропией скалярного поля, обладающего спиральной пространственной структурой в плоскости наблюдения.

Ранее в работах [1, 2] были рассмотрены модели Вселенной без сингулярностей, заполненной однородным, либо неоднородным изотропным скалярным полем.

В данной работе рассмотрим эволюцию заполненной неоднородным и не изотропным скалярным полем Вселенн[ой с метрикой А.А. Логунова [3]]

$$\delta\Sigma^2 = \alpha^6 (\delta\xi^0)^2 - \alpha^2 \delta\lambda^2, \quad \alpha = \alpha(\xi^0), \qquad (1)$$

здесь про[странственный элемент длины равен]

$$\delta\lambda^2 = \delta\rho^2 + \rho^2 (\delta\vartheta^2 + \sin^2(\vartheta)\delta\psi^2), \qquad (2)$$

ρ, ϑ, ψ – лагранжевы координаты, $a(x^0)$ – масштабный фактор. Для метрики (1) уравнения Лагранжа выглядят следующи[м образом]

$$\left(\frac{\alpha''}{\alpha}\right) + \beta\left(\frac{\alpha'}{\alpha}\right)^2 - 8\,\delta,\Upsilon(\Phi) = \qquad (3)$$

$$\Phi'' + 3\frac{\alpha'}{\alpha}\Phi' - \alpha^{-2}\Delta\Phi = -\frac{\delta\Upsilon(\Phi)}{\delta\Phi}, \qquad (4)$$

здесь $\alpha' = \frac{\partial\alpha}{\partial\tau}$, $\delta\tau = \alpha^3\delta\xi^0$, $\Phi' = \frac{\partial\Phi}{\partial\tau}$, Φ – полевая функци[я скаля]рного поля, G – гравитационная постоянная, $\Upsilon(\Phi)$ – потенциальная энергия скалярного поля.

Найде[м решения с]истемы уравнений (3, 4) для потенциала $\Upsilon(\Phi) = \Upsilon_0$ интересного тем, что для него и только для него метрика остается однородной и изотропной. Нетрудно получить, что для такого потенциала различные частные решения системы уравнений (3, 4) имеют вид

$$\alpha = \alpha_0 \mathrm{ch}^{1/3}(\nu\tau),$$

$$\Phi(\rho,\tau) = \Phi(\rho) + \Phi(\tau)$$

или $\Phi(\rho,\tau) = \Phi(\rho)\Phi(\tau)$, где $\Phi(\rho), \Phi(\tau)$ удовлетворяют уравнениям

$$\begin{cases} \Phi''(\tau) + 3\frac{\alpha'}{\alpha}\Phi'(\tau) = 0, \\ \Delta\Phi(\rho) = 0. \end{cases} \qquad (5)$$

Решение первого уравнения системы (5) имеет вид [2]

$$\Phi(\tau) = X_1 \mathrm{arctg}(\varepsilon^{-\nu\tau}),$$

$$\nu = 4\text{щ}, \quad \text{щ} = \sqrt{\frac{\beta\,\Gamma\,\Upsilon_0}{2}}$$

– постоянная, характеризующая скорость временной эволюции масштабного фактора и скалярного поля, C_1 – константа интегрирования.

Так как наблюдаемая картина звездного неба является двумерной поверхностью, то второе уравнение системы (5) удобно исследовать в цилиндрической системе координат

$$\text{с}\frac{\partial}{\partial\text{с}}\left[\text{с}\frac{\partial}{\partial\text{с}}\Phi\right] + \frac{\partial^2\Phi}{\partial\text{ш}^2} + \text{с}^2\frac{\partial^2\Phi}{\partial\zeta^2} = 0. \qquad (6)$$

Уравнение (6) допускает частное решение вида

$$\Phi(\text{с},\text{щ},\zeta) = A\ln(\text{с}) - B\text{ш} - X\zeta, \qquad (7)$$

где A, B, C – произвольные постоянные, определяемые краевыми условиями.

Для объяснения наблюдаемой крупномасштабной пространственной структуры Вселенной достаточно предположить, что "холстом" картины звездного неба является поверхность уровня

$$\Phi(\text{с},\text{щ},\zeta) = X_0, \qquad (8)$$

здесь C_0 – произвольная постоянная. Тогда рисунок крупномасштабной структуры звездной картины образуют линии пересечения поверхности уровня (8) с плоскостью наблюдения $z = z_0$, которые, согласно (7) и (8), являются логарифмическими спиралями

$$\rho = \rho_0 \exp\left[\alpha\left(\frac{\psi}{\psi_{max}}\right)\right],$$

где

$$\rho_0 \equiv \rho(0), \;\; \alpha = \ln\left(\frac{\rho_{max}}{\rho_0}\right), \;\; \rho_{max} \equiv \rho(\psi_{max}), \qquad (9)$$

$\rho_{max} > \rho_0$ шЮш , max либо

$$\rho = \rho_0 \exp\left[-\beta\left(\frac{\psi}{\psi_{max}}\right)\right],$$

здесь

$$\rho_0 \equiv \rho(0), \; \beta = \ln\left(\frac{\rho_0}{\rho_{min}}\right), \rho_{min} \equiv \rho(\psi_{max}), \rho_0 > \rho_{min} \qquad (10)$$

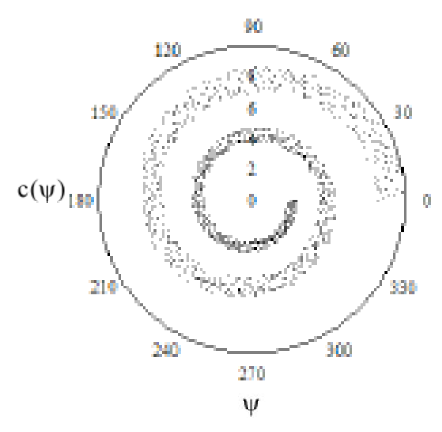
Значения $с_0$, $с_{min}$, $с_{max}$, $Ш_{max}$ могут быть найдены из наблюдений.

Если предположить, что в различных пространственно-временных областях постоянная составляющая скалярного потенциала U_0 различна, то компоненты скалярного поля $\Phi(^{\tau}) = C_1 \operatorname{arctg}(^{\varepsilon - \nu^{\tau}})$ время жизни $^{\tau} \approx \nu^{-1}$ крупномасштабных структур имеет наибольшее значение в тех областях, где U_0 принимает наименьшее значение.

Для наглядности проиллюстрируем качественную картину, которую порождает пучок спиралей (10). Для имитации пучка спиралей достаточно предположить, что лишь начальное значение ρ_0 является случайной величиной, а Ψ_{max} имеет фиксированное значение. Тогда, например, скручивающаяся спираль (10) при

$$с_0 = 4\left[\text{rnd}(0,5) + 2\right], \quad в = 0{,}1,$$

(здесь конкретные числовые значения носят иллюстративный характер) дает следующую качественную картину.



Здесь rnd(x) – генератор случайных чисел, равномерно распределенных на отрезке [0,x]. Существуют также решения уравнения (6)

$$\Phi(с, щ^{\zeta}) = \frac{\text{ɑos}(\;)}{с} - \text{Χ}\zeta,$$

которые образуют шаровые и другие пространственные структуры, образованные пучком конхоид

$$\Phi(с, щ^{\zeta}) = с \cos(ш) - \text{Χ}\zeta,$$

или пучком лемнискат Бернулли

$$\Phi(с, щ^{\zeta}) = \frac{\text{ɑos}(2\;\;)}{с^2} - \text{Χ}\zeta.$$

Найденные решения позволяют сделать следующий вывод:

Если предположить, что крупномасштабные структуры Вселенной могут возникать там, где скалярное поле является постоянной величиной, то видимые в плоскости наблюдения крупномасштабные спиральные структуры Вселенной могут возникать вследствие однородности скалярного поля на поверхностях уровня, что может служить основой для решения проблемы крупномасштабной структуры Вселенной вне рамок теории гравитационной неустойчивости [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ласуков В.В. Вселенная в метрике Логунова // Известия вузов. Физика. – 2002. – № 2. – С. 39–42.
2. Ласуков В.В. Вселенная в метрике Логунова с неоднородным скалярным полем // Известия вузов. Физика. – 2002. – № 8. – С. 91–92.
3. Логунов А.А., Мествиришвили М.А. Релятивистская теория гравитации. – М.: Наука, 1989. – 302 с.
4. Зельдович Я.Б., Новиков И.Д. Строение и эволюция Вселенной. – М.: Наука, 1975. – 450 с.